# ENA – 2022 – GABARITO COM SOLUÇÕES

**Questão 1**
Se tomarmos $x$ como incógnita e o número real $m$ como um parâmetro na equação $-6 + m^2x = 3m + 4x$, é correto afirmar que:

(A) para cada valor de $m$, a equação possui uma única solução.

(B) a equação possui solução única se, e somente se, $m \neq -2$.

(C) se a equação possui infinitas soluções, então $m = -2$.

(D) se a equação não possui solução, então $m = -2$.

(E) se a equação possui infinitas soluções, então $m = 2$.

**Solução da questão 1**
**Resposta: C**

Podemos reescrever a equação na forma $(m^2 - 4)x = 3m + 6$.

Se $m^2 - 4 \neq 0$, ou seja, se $m \notin \{-2, 2\}$, então a equação possui solução única.

Se $m^2 - 4 = 0$ e $3m + 6 \neq 0$, ou seja, se $m = 2$, então a equação não possui solução.

Se $m^2 - 4 = 0$ e $3m + 6 = 0$, ou seja, se $m = -2$, então a equação possui infinitas soluções.

**Questão 2**
Quantos são os gabaritos possíveis de uma prova de 30 questões de múltipla escolha, com 5 alternativas por questão?

(A) 150

(B) $\dfrac{30!}{25!5!}$

(C) $30^5$

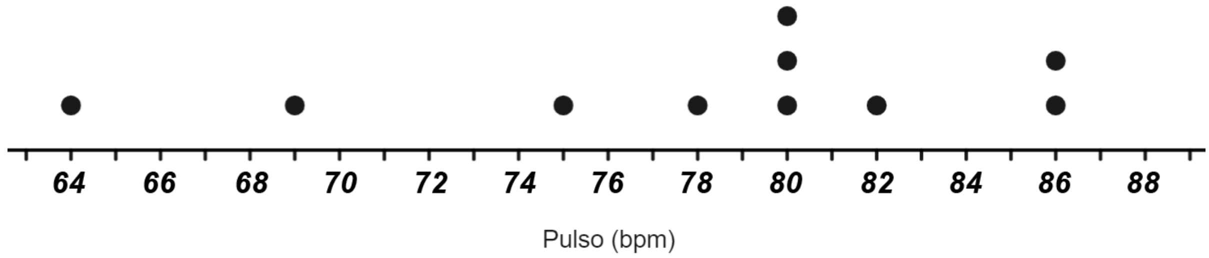
(D) $\dfrac{30!}{5!}$

(E) $5^{30}$

**Solução da questão 2**
**Resposta: E**

Como há 5 possibilidades para cada uma das 30 questões, pelo princípio multiplicativo, há $5^{30}$ gabaritos possíveis.

**Questão 3**
Uma pessoa mediu dez vezes os seus batimentos cardíacos através do seu pulso e obteve os resultados apresentados em batimentos por minuto (bpm) no seguinte diagrama de pontos:




Sobre os dados obtidos por ela é correto afirmar que:

(A) A média é igual a 77 bpm.

(B) A moda é igual à mediana.

(C) A mediana é igual à média.

(D) A mediana é menor que a média.

(E) A moda, a média e a mediana são iguais.

**Solução da questão 3**
**Resposta: B**

Os dados ordenados são $\{64, 69, 75, 78, 80, 80, 80, 82, 86, 86\}$. A média é igual a 78bpm, a mediana e a moda são 80bpm.

---

**Questão 4**
A quantidade de números naturais divisíveis por 5 e com 5 algarismos, no sistema decimal, é igual a

(A) 20000

(B) 18000

(C) 13122

(D) 10080

(E) 6048

**Solução da questão 4**
**Resposta: B**

Os números naturais divisíveis por 5 e com 5 algarismos, no sistema decimal, são 10000, 10005, 10010, $\ldots$, 99995.

Observe que $99995 = 100000 - 5 = (20000 - 1) \cdot 5 = 19999 \cdot 5$.

Assim os números sãos $2000 \cdot 5$, $2001 \cdot 5$, $2002 \cdot 5$, $\ldots$, $19999 \cdot 5$.

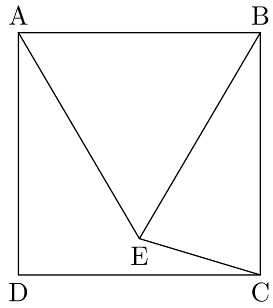
De 2000 até 19999 temos $19999 - 1999 = 18000$ números.

**Solução Alternativa**

Como os números são divisíveis por 5, temos duas possibilidades para o quinto dígito: 0 ou 5. O primeiro dígito pode ser escolhido de 9 modos, pois não pode ser igual a zero. Cada um dos outros 3 dígitos pode ser escolhido de 10 modos. Portanto, a quantidade pedida no problema é igual a

$$9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 2 = 18000$$

**Questão 5**
Na figura abaixo, temos um quadrado $ABCD$ e um triângulo equilátero $ABE$.




Indicando por $\alpha$ o ângulo $E\hat{C}D$, podemos afirmar que $\operatorname{tg}\alpha$ é igual a

(A) $\dfrac{2-\sqrt{3}}{2}$

(B) $\dfrac{2+\sqrt{3}}{2}$

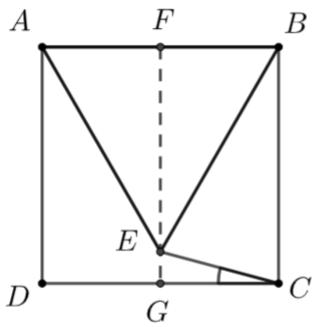
(C) $\dfrac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$

(D) $2+\sqrt{3}$

(E) $2-\sqrt{3}$

**Solução da questão 5**
**Resposta: E**

Chamemos a medida do lado de $\ell$. Seja $FG$ segmento paralelo a $AD$, passando por $E$, conforme a figura. Assim, $FG = \ell$, e $FE = \dfrac{\ell\sqrt{3}}{2}$, por ser a altura do triângulo equilátero de lado $\ell$.




A tangente do ângulo $\alpha$ pode ser calculada por $\dfrac{EG}{GC}$. Como $EG = FG - EF$, temos $EG = \ell - \dfrac{\ell\sqrt{3}}{2}$ e $GC = \dfrac{\ell}{2}$. Logo, $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\ell - \ell\sqrt{3}/2}{\ell/2} = \dfrac{(2\ell - \ell\sqrt{3})/2}{\ell/2} = 2 - \sqrt{3}$

**Questão 6**
Uma moeda é lançada 10 vezes. A probabilidade de se obter exatamente 4 caras é igual a

(A) $\frac{1}{1024}$

(B) $\frac{4}{1024}$

(C) $\frac{6}{1024}$

(D) $\frac{105}{1024}$

(E) $\frac{210}{1024}$

**Solução da questão 6**
**Resposta: E**

O espaço amostral é formado por todas as sequências possíveis de resultados. Como em cada lançamento temos 2 possibilidades: cara $(C)$ ou coroa $(K)$, o número total de possibilidades é dado por $2^{10}$. Contando as sequências onde ocorrem exatamente quatro caras obtemos $\binom{10}{4} = 210$. Portanto, P$= \frac{210}{2^{10}} = \frac{210}{1024}$.

---

**Questão 7**
Uma urna contém 20 bolas numeradas de 1 a 20. Sorteando-se uma das bolas, a probabilidade de sair um número par ou um número múltiplo de 3 é igual a

(A) $\frac{3}{20}$

(B) $\frac{6}{20}$

(C) $\frac{11}{20}$

(D) $\frac{13}{20}$

(E) $\frac{16}{20}$

**Solução da questão 7**
**Resposta: D**

O espaço amostral é o conjunto $\Omega = \{1, 2, \cdots, 20\}$. Queremos calcular a probabilidade do evento A$= \{2, 4, \cdots, 20, 3, 9, 15\}$. Como o conjunto A tem 13 elementos,

$$\text{P(A)} = \frac{13}{20}$$

**Questão 8**
Usaremos a notação $\max(a,b)$ para indicar o maior dos números reais $a$ e $b$, isto é,

$$\max(a,b) = \begin{cases} a & \text{se} \quad a \geqslant b \\ b & \text{se} \quad b > a \end{cases}$$

Podemos afirmar que a solução da inequação $\max(3x+4, 2-x) > 7$ é o conjunto

(A) $\emptyset$

(B) $-5 < x < 1$

(C) $x > 1$

(D) $x < -5$

(E) $x < -5$ ou $x > 1$

**Solução da questão 8**
**Resposta: E**

Tem-se que

$$\max(3x+4, 2-x) > 7 \iff 3x+4 > 7 \text{ ou } 2-x > 7$$

Portanto, $x > 1$ ou $x < -5$.

---

**Questão 9**
Considere os conjuntos $M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy - x^3 + 2x^2 - 2x = 0\}$ e $N = \{(x,y) \in M \mid x = y\}$.

Podemos afirmar que $N$

(A) é o conjunto vazio.

(B) tem um único elemento.

(C) tem exatamente dois elementos.

(D) tem exatamente três elementos.

(E) é um conjunto infinito.

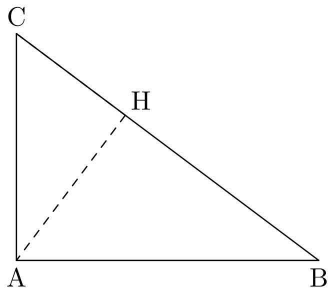
**Solução da questão 9**
**Resposta: D**

Tem-se que $(x,y) \in N$ se, e somente se, $x = y$ e $x^2 - x^3 + 2x^2 - 2x = 0$.
Como

$$x^2 - x^3 + 2x^2 - 2x = 0 \iff x^3 - 3x^2 + 2x = 0 \iff x = 0 \text{ ou } x^2 - 3x + 2 = 0$$

obtemos $x = 0$, $x = 1$ ou $x = 2$.
Portanto, o conjunto $N$ tem três elementos: $(0,0), (1,1), (2,2)$.

**Questão 10**
Seja $ABC$ um triângulo de medidas $AC = 3$, $AB = 4$ e $BC = 5$.




Se $AH$ é a medida da altura relativa ao vértice $A$, podemos afirmar que $AH + CH + BH$ é igual a

(A) $\dfrac{34}{5}$

(B) $\dfrac{35}{5}$

(C) $\dfrac{36}{5}$

(D) $\dfrac{37}{5}$

(E) $\dfrac{38}{5}$

**Solução da questão 10**
**Resposta: D**

Sejam $a = BC = 5$, $b = AC = 3$, $c = AB = 4$, $h = AH$, $m = CH$ e $n = BH$. Queremos $h + m + n$.
Pelas relações métricas no triângulo retângulo, temos que

$$ah = bc \Longrightarrow 5h = 12 \Longrightarrow h = \frac{12}{5},$$

$$m + n = a = 5.$$

Daí, $h + m + n = \dfrac{12}{5} + 5 = \dfrac{37}{5}$.

---

**Questão 11**
Quantas potências de 2 são, simultaneamente, menores ou iguais a $32^{10}$, divisíveis por 8 e não são um cubo perfeito?

(A) 31

(B) 32

(C) 33

(D) 47

(E) 48

**Solução da questão 11**
**Resposta: B**

Uma potência de 2 é da forma $2^n$ e será divisível por $8 = 2^3$ se $n \geqslant 3$. Para que a potência seja menor ou igual a que $32^{10} = \left(2^5\right)^{10} = 2^{50}$, devemos ter $n \leqslant 50$. Assim, temos $3 \leqslant n \leqslant 50$.
A potência $2^n$ será um cubo perfeito se $n$ for múltiplo de 3, isto é, $n = 3k$ para $k$ natural.
Assim, $n$ deve ser um número natural entre 3 e 50, incluindo estes dois números, que não seja um múltiplo de 3.
Entre 3 e 50, inclusive, temos $50 - 3 + 1 = 48$ números naturais. Os múltiplos de 3 neste conjunto são $3 = 3 \cdot 1, 6 = 3 \cdot 2, ..., 48 = 3 \cdot 16$, logo são 16 múltiplos de 3.
Assim, o número de potências procuradas é $48 - 16 = 32$.

**Questão 12**
Considere que uma pessoa escolhida ao acaso tenha igual probabilidade de ter nascido em qualquer dia da semana. Em um grupo de três pessoas, a probabilidade de que as três tenham nascido em dias da semana diferentes está mais próxima de qual dos valores abaixo?

(A) 40%

(B) 50%

(C) 60%

(D) 70%

(E) 80%

**Solução da questão 12**
**Resposta: C**

Partindo do dia da semana em que a primeira pessoa nasceu, a probabilidade de que a segunda pessoa tenha nascido em um dia diferente é de $\frac{6}{7}$.

A probabilidade de a terceira pessoa ter nascido em um dia diferente dos outros dois é $\frac{5}{7}$.

Assim, a probabilidade de os três terem nascido em dias da semana diferentes é $\frac{6}{7} \cdot \frac{5}{7} = \frac{30}{49} = 0{,}6122\ldots$

**Solução alternativa:**
O espaço amostral de dias da semana em que nasceram três pessoas tem, pelo princípio multiplicativo, $7 \cdot 7 \cdot 7$ elementos. O subconjunto em que os três são distintos tem $7 \cdot 6 \cdot 5$ elementos. Assim a probabilidade de três pessoas terem nascido em dias da semana diferentes é $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{7 \cdot 7 \cdot 7} = 0{,}6122\ldots$

---

**Questão 13**
Um campeonato amador de basquete será disputado em uma única quadra, e todos os times se enfrentarão em turno único, isto é, cada time jogará com todos os outros apenas uma vez. Se as limitações do uso da quadra permitirem que sejam disputadas no máximo 80 partidas, qual a quantidade máxima de times que poderá participar deste campeonato ?

(A) 10

(B) 11

(C) 12

(D) 13

(E) 14

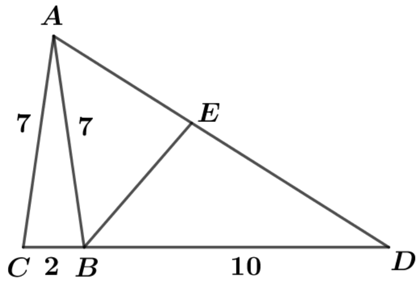
**Solução da questão 13**
**Resposta: D**

Seja $n$ o número de times. Como cada time enfrentará cada outro time temos, em princípio, $n \cdot (n-1)$ partidas. Porém, assim procedendo, estamos contando as partidas "Time 1 $\times$ Time 2" e "Time 2 $\times$ Time 1" como partidas distintas, o que está incorreto, já que os times se enfrentam apenas uma vez. Assim, o número de partidas é dado por $\frac{n(n-1)}{2}$.

Temos então $\frac{n(n-1)}{2} \leqslant 80 \therefore n(n-1) \leqslant 160$.

Observe que $n(n-1)$ é crescente em $n$, $13 \cdot 12 = 156 \leqslant 160$ e $14 \cdot 13 = 182 > 160$. Portanto $n = 13$.

**Questão 14**
Na figura, $AB = AC = 7$, $CB = 2$, $BD = 10$ e $BE$ é bissetriz do ângulo $D\hat{B}A$. Nessas condições, $AE$ é igual a




(A) $\sqrt{53}$

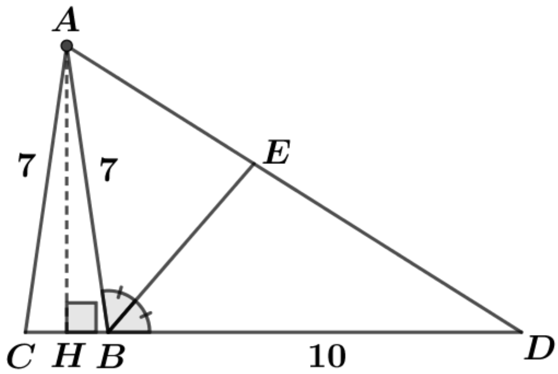
(B) $\dfrac{91}{17}$

(C) $\dfrac{35}{6}$

(D) $\sqrt{47}$

(E) $\dfrac{84}{17}$

**Solução da questão 14**
**Resposta: B**




Como $BAC$ é um triângulo isósceles de vértice $A$ e como $CB = 2$, se $AH$ é altura, então teremos $HB = 1$. Desta forma, considerando o triângulo retângulo $AHB$, temos $AB^2 = AH^2 + HB^2$, logo $7^2 = AH^2 + 1^2$ e, com isso, logo $AH = \sqrt{48}$.

Com isso, considerando o triângulo retângulo $AHD$, temos $AD^2 = AH^2 + HD^2$, logo $AD^2 = \sqrt{48}^2 + 11^2 = 169$, e, com isso, $AD = 13$.
Pelo Teorema das Bissetrizes Internas em $ABD$, temos

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AB + BD} \therefore \frac{AE}{7} = \frac{13}{17} \therefore AE = \frac{91}{17}.$$

**Questão 15**
O lucro de uma empresa reduziu 10% no mês de agosto, quando comparado com o lucro obtido no mês de julho. No mês de setembro, houve um aumento de 11% em relação ao lucro do mês de agosto. Assim, podemos afirmar que, o lucro no mês de setembro, quando comparado ao do mês de julho:

(A) cresceu exatamente 21%.

(B) cresceu exatamente 1%.

(C) reduziu exatamente 0,1%.

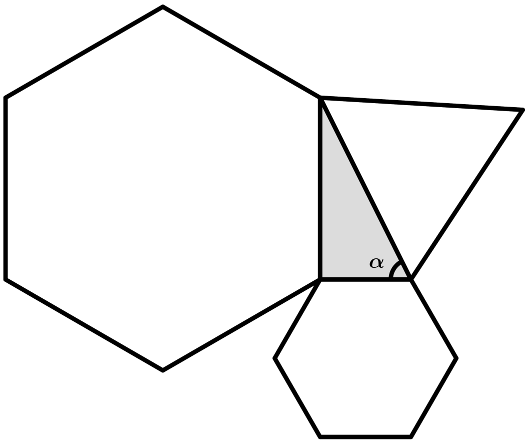
(D) permaneceu inalterado.

(E) reduziu exatamente 1%.

**Solução da questão 15**
**Resposta: C**

Suponhamos que o lucro da empresa em julho tenha sido de R$ 100,00. Como em agosto o lucro sofreu uma redução de 10 %, ele foi de R$ 90,00 nesse mês. Calculando 11 % de R$ 90,00 obtemos R$ 9,90, o que significa que, em setembro, o lucro da empresa passou a ser de R$ 99,90. Isto significa que de julho para setembro o lucro da empresa sofreu uma redução de R$ 0,10, ou seja, de 0,1 %, já que supusemos o lucro inicial igual a 100.

**Questão 16**
Sobre os catetos de um triângulo retângulo cujo maior ângulo agudo mede $\alpha$ são construídos hexágonos regulares e sobre a hipotenusa um triângulo equilátero, conforme indicado na figura. Se $\operatorname{tg}\alpha = 2$ e a área do hexágono menor mede 1, então as áreas do triângulo equilátero e do hexágono maior medem, respectivamente:




(A) $\dfrac{5}{6}$ e 4.

(B) $\dfrac{1}{2}$ e 2.

(C) $\dfrac{4\sqrt{3}}{9}$ e 2.

(D) $\dfrac{5}{3}$ e 4.

(E) $\dfrac{4\sqrt{3}}{9}$ e 6.

**Solução da questão 16**
**Resposta: A**

Como ambos os hexágonos são regulares, então estes são semelhantes e já que os lados desses hexágonos são os catetos do triângulo retângulo e $\operatorname{tg}\alpha = 2$, então a razão de semelhança entre os lados do hexágono maior e do hexágono menor também é 2. Portanto a razão entre suas áreas é igual a $2^2 = 4$. Logo, como a área do hexágono menor é igual a 1, a área do hexágono maior será igual a 4.

Construindo um hexágono regular sobre a hipotenusa sabemos que sua área será igual a 5, pois esta deve ser igual a soma das áreas dos hexágonos semelhantes construídos sobre os catetos, que medem 1 e 4. Como este hexágono será formado por 6 triângulos equiláteros equivalentes, dentre os quais encontra-se o triângulo equilátero construído sobre a hipotenusa que aparece na figura do enunciado, concluímos que a área deste triângulo equilátero é igual a $\dfrac{5}{6}$.

**Questão 17**
Quando aberta, uma torneira A é capaz de encher completamente um tanque em 10 horas, mantendo vazão constante. Uma outra torneira B esvazia o tanque com uma vazão constante ainda desconhecida.

Em um certo momento, com o tanque totalmente vazio, abriu-se a torneira A. Duas horas depois, a torneira também B foi aberta. As duas torneiras permaneceram desta forma e, exatamente três horas depois, o tanque ficou de novo totalmente vazio.

Em quanto tempo a torneira B conseguiria esvaziar totalmente o tanque, a partir de algum instante em que ele estivesse completamente cheio, mantendo a torneira A fechada?

(A) 2 horas

(B) 3 horas

(C) 4 horas

(D) 5 horas

(E) 6 horas

**Solução da questão 17**
**Resposta: E**

Como a torneira A enche o tanque em 10 horas com vazão constante, ela enche $\frac{1}{10}$ do tanque por hora. Vamos agora tentar determinar a vazão $b$ da torneira B.

Estando o tanque vazio e abrindo a torneira A, 2 horas depois o tanque estará $\frac{2}{10}$ cheio. Quando a torneira B for aberta, esses $\frac{2}{10}$ de tanque serão esvaziados em 3 horas, portanto a cada hora será esvaziado $\frac{2}{30}$ do tanque. Como A enche $\frac{1}{10}$ do tanque por hora e como B esvazia $b$ por hora, temos então que

$$b - \frac{1}{10} = \frac{2}{30} \therefore b = \frac{2}{30} + \frac{1}{10} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}.$$

Assim, a torneira B seria capaz de esvaziar completamente o tanque 6 horas, caso ele estivesse inicialmente cheio.

**Questão 18**
Uma lagarta sobe um muro alternando uma hora acordada com uma hora de sono. A cada hora acordada, ela sobe $\dfrac{1}{4}$ da altura do muro. A cada hora de sono, caso ainda não tenha chegado ao topo do muro, ela escorrega e desce $\dfrac{1}{5}$ da altura do muro.

Em quantas horas, computando as subidas e as escorregadas, a lagarta atingirá o topo do muro?

(A) 16 horas

(B) 19 horas

(C) 20 horas

(D) 31 horas

(E) 40 horas

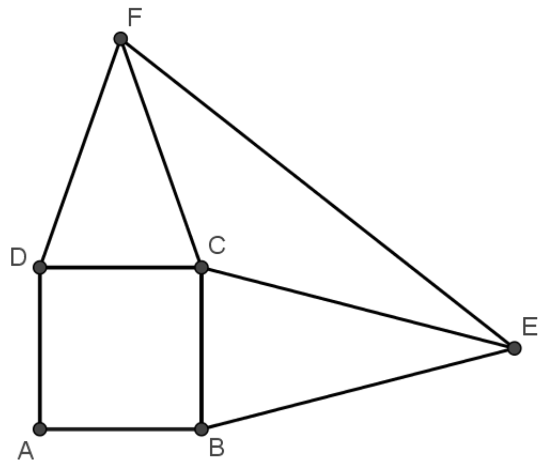
**Solução da questão 18**
**Resposta: D**

É necessário observar inicialmente que a lagarta só escorrega caso não tenha chegado ao topo, portanto, se iniciar a hora acordada a $\frac{3}{4}$ da altura do muro, ela atingirá o topo nesta hora e não escorregará na hora de sono seguinte. Assim, vamos calcular em quanto tempo ela atingirá $\frac{3}{4}$ da altura do muro e, depois, acrescentar a última hora de subida.

Em cada ciclo acordada/dormindo, com duração de 2 horas, a lagarta sobe $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$ do muro. Portanto, para atingir a altura de $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$, precisará de 15 ciclos de 2 horas, portanto 30 horas.

Com mais uma hora, ou seja, em um total de 31 horas, a lagarta finalmente atingirá o topo do muro.

**Questão 19**
Na figura abaixo, $ABCD$ é um quadrado de lados de medida 2, $BE = CE = 4$ e $DF = CF = 3$.
A medida do segmento $EF$ é




(A) 5

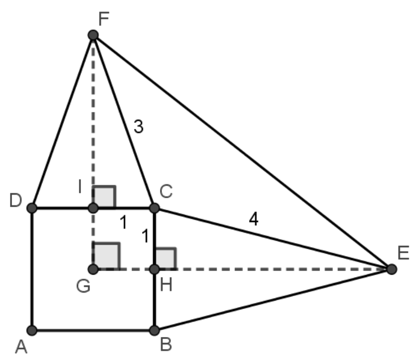
(B) $\sqrt{23}$

(C) $\sqrt{29}$

(D) $\sqrt{31 + 4\sqrt{8} + 4\sqrt{15}}$

(E) $\sqrt{25 + 2\sqrt{8} + 2\sqrt{15}}$

**Solução da questão 19**
**Resposta: E**




Sejam $G$ o centro do quadrado, $H$ o ponto médio de $BC$ e $I$ o ponto médio de $CD$.

Como $BEC$ é isósceles, $EH$ é uma altura e $HC = 1$. Assim, pelo Teorema de Pitágoras, $EH = \sqrt{15}$. Da mesma forma, temos $FI = \sqrt{8}$. Como $GI = GH = 1$, temos então que $GF = 1 + \sqrt{8}$ e $GE = 1 + \sqrt{15}$. Assim,

$$\begin{aligned} EF^2 &= GF^2 + GE^2 \\ &= (1 + \sqrt{8})^2 + (1 + \sqrt{15})^2 \\ &= 1 + 2\sqrt{8} + 8 + 1 + 2\sqrt{15} + 15 \\ &= 25 + 2\sqrt{8} + 2\sqrt{15}. \end{aligned}$$

Com isso,

$$EF = \sqrt{25 + 2\sqrt{8} + 2\sqrt{15}}.$$

**Questão 20**
Dois móveis partem do mesmo ponto e descrevem trajetórias retilíneas e perpendiculares entre si. Os móveis possuem velocidades constantes $V$ e $2V$, respectivamente. Após um tempo $t$, a distância entre os móveis é igual a $x$. A partir daí, passados mais $3t$, a distância entre os móveis é igual a

(A) $2x$

(B) $3x$

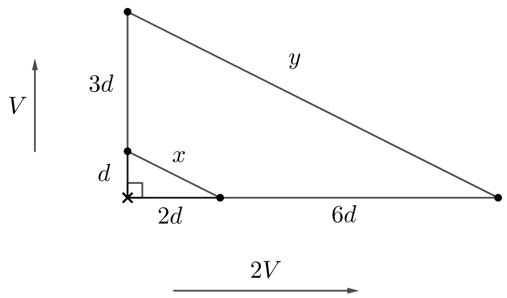
(C) $4x$

(D) $5x$

(E) $6x$

**Solução da questão 20**
**Resposta: C**

Como a velocidade de um dos móveis é o dobro da velocidade do outro, em um mesmo intervalo de tempo, a distância percorrida pelo mais veloz é também o dobro da percorrida pelo outro.




Observando os triângulos retângulos semelhantes formados nos instantes $t$ e $4t$, temos que $\frac{y}{x} = \frac{4d}{d}$. Logo, a distância entre os móveis será $y = 4x$.

**Questão 21**
Para $x$ real, considere $m = \frac{3x^2 + 9x + 8}{3x^2 + 9x + 7}$. O valor máximo possível de $m$ é

(A) 5

(B) 8

(C) 10

(D) 15

(E) 18

**Solução da questão 21**
**Resposta: A**

Observe que $K = \frac{3x^2 + 9x + 7 + 1}{3x^2 + 9x + 7} = 1 + \frac{1}{3x^2 + 9x + 7}$.
Como o mínimo do trinômio $y = 3x^2 + 9x + 7$ é atingido em $y = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{1}{4}$, encontramos $K = 1 + 4 = 5$ como o máximo.

**Questão 22**
Marta faz parte de uma comissão. Desta comissão serão escolhidos aleatoriamente três pessoas para formar um conselho. Sabendo que a probabilidade de Marta ser escolhida é de 50%, a quantidade de pessoas da comissão é igual a

(A) 6

(B) 8

(C) 10

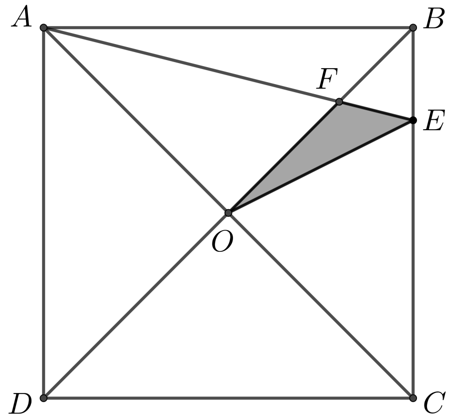
(D) 12

(E) 15

**Solução da questão 22**
**Resposta: A**

O número total de comissões com três pessoas de um total de $n$ é $\binom{n}{3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$. O número de comissões em que Marta está é equivalente ao total de comissões de duas pessoas escolhidas dentre $n-1$ (total menos Marta), ou seja, $\binom{n-1}{2} = \frac{(n-1)(n-2)}{2}$.
Assim, $\dfrac{\frac{(n-1)(n-2)}{2}}{\frac{n(n-1)(n-2)}{6}} = \frac{1}{2}$, ou seja, $n = 6$.

**Questão 23**
$ABCD$ é um quadrado de lado 4 conforme a figura a seguir.




Sabendo que $BE = 1$, $O$ é o centro do quadrado, $F$ é a interseção de $OB$ com $AE$, a área do triângulo $OFE$ é igual a

(A) $\frac{1}{5}$

(B) $\frac{2}{5}$

(C) $\frac{3}{5}$

(D) $\frac{1}{4}$

(E) $\frac{3}{4}$

**Solução da questão 23**
**Resposta: C**.

Pela semelhança dos triângulos $AFD$ e $BFE$ temos que $BF = \dfrac{DF}{4}$ e como $DO = OB = OF + BF$, encontramos $DF = BF + 2 \cdot OF$, ou seja, $BF = \dfrac{BF + 2 \cdot OF}{4}$, donde concluímos que $BF = \dfrac{2 \cdot OF}{3}$.

Sejam $S_1$ e $S_2$, as áreas dos triângulos $OFE$ e $BFE$, respectivamente. Como $S_1 + S_2 = 1$ e $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{3}{2}$, encontramos $S_1 = \dfrac{3}{5}$.

**Questão 24**
Uma ampliação faz com que a área de um triângulo equilátero aumente em 21%. Sabendo que o triângulo continuou equilátero, o aumento no raio do círculo inscrito no triângulo foi de

(A) 21%

(B) 18%

(C) 15%

(D) 11%

(E) 10%

**Solução da questão 24**
**Resposta: E**

O raio do círculo aumenta 10%, pois $\sqrt{1,21} = 1,1$.

**Questão 25**
Para quantos inteiros positivos $k$, a equação $x^2 - 6x + k = 0$ tem apenas soluções inteiras?

(A) 2

(B) 3

(C) 4

(D) 5

(E) 6

**Solução da questão 25**
**Resposta: B**

As soluções são da forma $x = \dfrac{6 \pm \sqrt{36-4k}}{2} = 3 \pm \sqrt{9-k}$. Assim, as soluções serão inteiras quando $\sqrt{9-k}$ for inteiro. E isso acontece para $k = 5, 8, 9$.

**Solução alternativa**
Sejam $x_1$ e $x_2$ as soluções inteiras da equação. Como $x_1 + x_2 = 6$, temos as possibilidades 1+5=6, 2+4=6 e 3+3=6, o que nos leva aos valores de $k = 1 \cdot 5, 2 \cdot 4, 3 \cdot 3$.

---

**Questão 26**
Dois computadores com capacidade de processamento diferentes vão ser dedicados para rodar um mesmo algoritmo. Um deles, trabalhando sozinho, completaria o trabalho em 4 horas. O outro, sozinho, levaria 6 horas. Os dois computadores, trabalhando juntos, concluiriam o trabalho em

(A) 2 horas

(B) 2,4 horas

(C) 2,5 horas

(D) 3 horas

(E) 5 horas

**Solução da questão 26**
**Resposta: B**

Em 1 hora, o computador 1 realiza $\dfrac{1}{4}$ do trabalho, e o computador 2, $\dfrac{1}{6}$ do trabalho. Os dois juntos, em 1 hora, realizam $\dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{6} = \dfrac{5}{12}$ do processamento. Sendo então, necessárias $\dfrac{12}{5}$ horas para completá-lo.

---

**Questão 27**
A diagonal menor do losango de lado $\ell$ e com dois ângulos internos medindo $30^\circ$ é igual a

(A) $\ell\sqrt{2-\sqrt{3}}$

(B) $\ell\sqrt{3+\sqrt{3}}$

(C) $\ell\sqrt{2-\sqrt{2}}$

(D) $\ell\sqrt{2+\sqrt{2}}$

(E) $\ell\sqrt{2+\sqrt{3}}$

**Solução da questão 27**
**Resposta: A**

A menor diagonal é oposta ao menor ângulo. Portanto, utilizando a lei dos cossenos, temos

$d^2 = \ell^2 + \ell^2 - 2\ell^2 \cos 30^\circ = 2\ell^2 \left(1 - \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) = \ell^2(2-\sqrt{3})$.. Portanto, $d = \ell\sqrt{2-\sqrt{3}}$.

**Questão 28**
O número de pontos da reta $2y = x + 1$ tais que a abcissa é igual ao quadrado da ordenada ou a ordenada é igual ao quadrado da abcissa é igual a

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

(E) 4

**Solução da questão 28**
**Resposta: C**

$$2y = y^2 + 1 \iff y^2 - 2y + 1 = 0 \iff (y-1)^2 = 0 \iff y = 1 \iff (1,1)$$

ou

$$2x^2 = x + 1 \iff 2x^2 - x - 1 = 0 \iff x = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{4} \iff x = 1 \text{ ou } x = -\frac{1}{2} \iff (1,1), \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$$

**Questão 29**
Se $u$ e $v$ são as soluções da equação $x^2 - sx + p = 0$, com $p \neq 0$, então $(u-v)^2$ é igual a

(A) $s^2 - 4p$.

(B) $s^2 + 4p$.

(C) $s^2 - 2p$.

(D) $s^2 + 2p$.

(E) $s^2 - 8p$.

**Solução da questão 29**
**Resposta: A**

Sabemos que $u + v = s$ e $uv = p$. Logo $(u-v)^2 = u^2 - 2uv + v^2 = u^2 + 2uv + v^2 - 4uv = (u+v)^2 - 4uv = s^2 - 4p$.

**Questão 30**
Os candidatos $A$,$B$,$C$,$D$ e $E$ estão disputando uma única vaga de emprego em um empresa e fizeram provas de português, matemática, história e informática. A seguir estão as respectivas notas obtidas, em cada disciplina, pelos cinco candidatos.

A: $34; 34; 34; 35$

B: $33; 40; 34; 35$

C: $36; 36; 37; 35$

D: $25; 38; 41; 36$

E: $37; 17; 27; 42$

Segundo o edital de seleção, o candidato aprovado será aquele para o qual a mediana das notas obtidas por ele nas quatro disciplinas for a maior. O candidato aprovado será

(A) $A$

(B) $B$

(C) $C$

(D) $D$

(E) $E$

**Solução da questão 30**
**Resposta: D**